

AD-SOYAD :

20. 05. 2018

NUMARA :

SAYILAR TEORİSİ II FİNAL SINAVI SORULARI

1.) 3^7 den küçük 3^7 ile aralarında asal olan kaç tane doğal sayı vardır?

- A) 243
B) 486
C) 728
 D) 1458
E) 2186

2.) 1 den büyük asal olmayan bir tam sayının rakamları toplamı, sayı asal çarpanlarına ayrılarak yazıldığında, bu yazılışta bulunan tüm asal sayıların rakamlarının toplamına eşit oluyorsa bu tür sayılara Smith sayısı adı verilir. Örneğin, 728 sayısı asal çarpanlarına $728 = 2.2.2.7.13$ biçiminde ayrılır. $7 + 2 + 8 = 2 + 2 + 2 + 7 + 1 + 3$ olduğundan, 728 bir Smith sayısıdır. Bu tanıma göre aşağıdakilerden hangisi bir Smith sayısı değildir?

- A) 4
 B) 21
C) 22
D) 27
E) 121

3.) Kendisinden farklı pozitif tamsayı bölenleri toplamı kendisine eşit olan pozitif tam sayılara mükemmel sayı denir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi mükemmel sayıdır?

- A) 6
B) 8
C) 29
D) 35
E) 56

4.) 11 moduna göre, kongrü olmayan (birbirinden farklı) kaç tane primitif kök vardır?

- A) 0
B) 1
 C) 4
D) 5
E) 10

5.) $18 \cdot 10^n$ sayısının pozitif bölen sayısı 270 olduğuna göre n nin değeri kaçtır?

- A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

6.) $x^4 + x - 1 = 0$ denklemini için

$x \equiv 3 \pmod{5}$ ve $x^8 \equiv a \pmod{5}$

ise $a = ?$

- A) 4
B) 3
C) 2
D) 1
E) 0

7.) 5 modülo 7 primitif kökü için $ind\ 6$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2
B) 3
 C) 4
D) 5
E) 6

8.) $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $24^m \cdot 12^n$ sayısının $3m^2 + 2n^2 + 5mn + 25$ tane pozitif tam sayı böleni varsa m ile n arasındaki bağıntının eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 18
 B) 24
C) 36
D) 48
E) 64

9.) $a^2 - b^2 \equiv 19 \pmod{20}$ kongrüansı için $a - b \equiv 3 \pmod{20}$ olduğuna göre $a + b$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 11
 B) 13
C) 17
D) 23
E) 65

10.) $p \geq 5$ bir asal sayı olmak üzere $x^2 + 2x \equiv 3 \pmod{p}$ kongrüansının tüm çözümleri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $x \equiv 1 \pmod{p}$
B) $x \equiv 3 \pmod{p}$
 C) $x \equiv 1 \pmod{p} \vee x \equiv -3 \pmod{p}$
D) $x \equiv 1 \pmod{p} \vee x \equiv -2 \pmod{p}$
E) Hiçbiri

11.) Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

- Her cebirsel tam sayı bir cebirsel sayıdır.
- Her tam sayı bir cebirsel tam sayıdır.
- Her rasyonel sayı bir cebirsel sayıdır.
- $\alpha \in Q(\sqrt{d})$ bir cebirsel sayı ise her n tamsayısı için $n\alpha$ bir cebirsel tamsayıdır.
- Q_d çarpımsal değişmeli bir gruptur.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12.) Norm ve iz fonksiyonu ile ilgili aşağıda verilenlerden hangileri yanlıştır?

I $N(a + b) = N(a) + N(b)$

II $iz(a - b) = iz(a) - iz(b)$

III $iz(na) = n^2 \cdot iz(a)$

IV $N(na) = n \cdot N(a)$

A) Yalnız I

B) Yalnız III

C) II, III, IV

D) I, III, IV

E) I, II

13.) Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

• $Q(\sqrt{d})$ nin tüm cebirsel elemanlarının kümesi $p, q \in Q$ olmak üzere $P + qw_d$ şeklinde uygun parçalanışa sahiptir.

• $1 + \sqrt{5} \in Q(\sqrt{5})$ için $1 + \sqrt{5} \in Q_5^*$.

• $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \in Q_5$.

• $a \in Q(\sqrt{d})$ için $iz(a)$ ve $N(\bar{a}) \in \mathbb{Z}$ ise $a \in Q_d^*$.

• $a = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \in Q(\sqrt{3})$ cebirsel tam sayıdır.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14.) Aşağıda verilen kuadratik kongrüans denklemlerinden hangisi çözüme sahiptir?

A) $x^2 \equiv 1999 \pmod{307}$

B) $x^2 \equiv 5 \pmod{17}$

C) $x^2 \equiv 219 \pmod{419}$

D) $x^2 \equiv -42 \pmod{173}$

E) $x^2 \equiv 30 \pmod{197}$

15.) $\langle 5, 1, 1, 1, 8 \rangle$ şeklinde sürekli kesir açılımı verilen rasyonel sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{147}{26}$ B) $\frac{65}{8}$ C) $\frac{184}{35}$ D) $\frac{71}{9}$ E) $\frac{135}{72}$

16.) $-\frac{2}{7}$ kesrinin sürekli kesir açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\langle -1, 1, 3, 2, 1 \rangle$

B) $\langle -1, 1, 2, 3, 1 \rangle$

C) $\langle -1, 1, 2, 1, 1 \rangle$

D) $\langle -3, 2, 1, 1, 1 \rangle$

E) $\langle -3, 1, 1, 2, 1 \rangle$

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E

Soru: $x^3 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{27}$ kongrüansının çözümünü bulunuz.

Prof. Dr. Şenol EREN

ÇÖZÜM:

$$f(x) = x^3 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{3^3}$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{3^2}$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{3}; \mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\} \text{ o.ü.}$$

deneme ile son kong. denk.nin bir çözümünün hatta tek çözümünün

$x_1 = 2 \left(\begin{matrix} f(2) = 0 \\ f'(2) \neq 0 \end{matrix} \pmod{3} \right)$ olduğu kolayca görülebilir.

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = x_1 + t_1 p$$

$$x_2 = 2 + 3t_1$$

$$\left. \begin{matrix} f(x) = x^3 - 2x + 2 \\ f'(x) = 3x^2 - 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} f(2) = 6 \\ f'(2) = 10 \end{matrix} \right\} \text{ o.ü.}$$

$$f'(2) \cdot t_1 \equiv -\frac{f(2)}{3} \pmod{3}$$

$$10 \cdot t_1 \equiv -2 \pmod{3}$$

$$\boxed{t_1 \equiv 1} \text{ bulunur.}$$

$$\left. \begin{matrix} x_2 = 2 + 3t_1 \\ x_2 = 2 + 3 \cdot 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \boxed{x_2 = 5}$$

$$x_3 = x_2 + t_2 \cdot p^2 = 5 + t_2 \cdot 9$$

$$f(5) = 117$$

$$f'(5) = 73$$

$$\left. \begin{matrix} f'(x_2) \cdot t_2 \equiv -\frac{f(x_2)}{9} \pmod{3} \\ 73 \cdot t_2 \equiv -13 \pmod{3} \end{matrix} \right\} \Rightarrow x_3 = 5 + 2 \cdot 9$$

$$73 \cdot t_2 \equiv -13 \pmod{3}$$

$$\boxed{t_2 \equiv 2}$$

$\boxed{x_3 = 23}$ verilen denk.in mod 27-de tek kalan sınıf çözümüdür.